Corrigé proposé par :
M. Afekir - École Royale de l'Air
CPGE Marrakech
cpgeafek@yahoo.fr

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE PHYSIQUE I - CNC 2016

I- Énergie transmise par rayonnement du Soleil à la Terre

I.1. Propagation du rayonnement solaire

I.1.1.

- Densité volumique d'énergie électromagnétique :

$$u_{em}(M,t) = \frac{\varepsilon_o E^2(M,t)}{2} + \frac{B^2(M,t)}{2\mu_o}$$

où μ_o est la perméabilité du vide.

- Le vecteur de Poynting :

$$\vec{\pi}(M,t) = \frac{\vec{E}(M,t) \wedge \vec{B}(M,t)}{\mu_o}$$

I.1.2. La puissance rayonnée :

$$\mathcal{P}_r = \iint_{(S)} \vec{\pi}(M,t) \cdot \vec{dS}$$

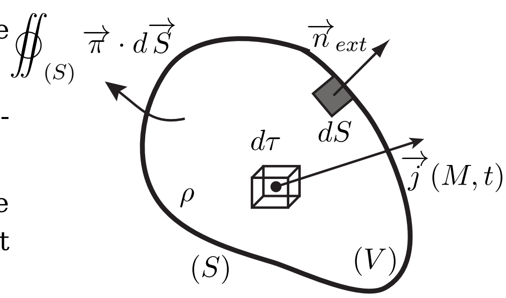
I.1.3. L'énergie électromagnétique :

$$U_{em} = \iiint_{(V)} u_{em}(M,t) d\tau$$

I.1.4. Bilan d'énergie :

Entre les instants t et $t+dt$, l'énergie électromagnétique totale U_{em} varie au cours du temps pour deux considérations :

- Transfert d'énergie aux sources de puissance volumique $\vec{j}(M,t) \cdot \vec{E}(M,t)$ (nulle dans ce cas)
- Flux d'énergie à travers (S) dû à la propagation de l'onde caractérisée par un vecteur $\vec{\pi}$ (densité de courant d'énergie).



Bilan d'énergie :

$$\boxed{\frac{dU_{em}}{dt} = \underbrace{-\iiint_{(V)} \vec{j}(M,t) \cdot \vec{E}(M,t) d\tau}_{\text{Puissance (perdue) cédée par le champ aux sources}} + \underbrace{-\oiint_{(S)} \vec{\pi}(M,t) \cdot dS \vec{n}_{ext}}_{\text{Flux (rentrant) d'énergie}}}$$

I.1.5. Régime permanent :

$$\frac{dU_{em}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \oiint_{(S)} \vec{\pi}(M,t) \cdot dS \vec{n}_{ext} = 0$$

I.1.6. Loi de Wien :

$$\lambda_m \times T_s = 3 \times 10^{-3}\, mK \quad \Rightarrow \quad T_s = \frac{3 \times 10^{-3}}{\lambda_m} K \simeq 6 \times 10^3\, K$$

I.1.7. La puissance rayonnée par la surface du Soleil :

$$\mathcal{P}_s = \sigma T_s^4 \times 4\pi R_s^2$$

I.1.8. L'espace entre le Soleil et la Terre est homogène et transparent, d'où la propagation rectiligne des rayonnements électromagnétiques.

I.1.9. La puissance reçue par la Terre de la part du Soleil :

$$\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_s \frac{d\Omega}{4\pi}$$

$d\Omega = \dfrac{S_{\text{disque terrestre}}}{d_{S-T}^2} = \dfrac{\pi R_t^2}{D^2}$ est l'angle solide sous lequel la Terre est vue depuis le Soleil.

La puissance surfacique reçue par la Terre : $\varphi_s = \dfrac{\mathcal{P}_T}{S_{\text{disque terrestre}}} = \dfrac{\mathcal{P}_s}{4\pi D^2}$

I.1.10.

$$\varphi_s = \frac{\mathcal{P}_s}{4\pi D^2} = \frac{4\pi\sigma R_s^2 T_s^4}{4\pi D^2} \quad \Rightarrow \quad R_s = \frac{D}{T_s^2}\sqrt{\frac{\varphi_s}{\sigma}} \simeq 6,5 \times 10^8\, m$$

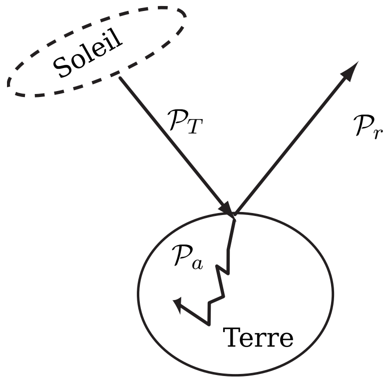
I.1.11. La Terre se comporte comme un corps noir de température T. À l'équilibre radiatif :

$$\underbrace{\mathcal{P}_e}_{\text{la puissance émise par la Terre}} = \underbrace{\mathcal{P}_a}_{\text{la puissance absorbée par la Terre}}$$

Soient :

- $\mathcal{P}_T = \phi_s \pi R_t^2$: puissance incidente ou reçue par la Terre
- $\mathcal{P}_r = \alpha\phi_s \pi R_t^2$: puissance réfléchie ou diffusée par la Terre
- $\mathcal{P}_a = \mathcal{P}_e = \sigma 4\pi R_t^2 T^4$: puissance absorbée par la Terre
- Bilan de puissance s'écrit :

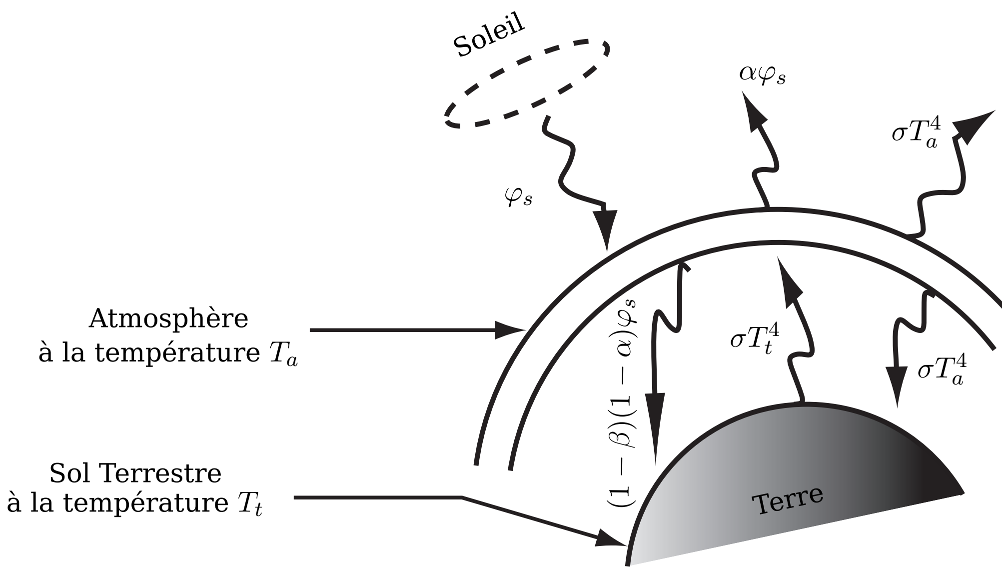
$$\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_r + \mathcal{P}_a \quad \Rightarrow \quad \phi_s \pi R_t^2 = \alpha\phi_s\pi R_t^2 + \sigma 4\pi R_t^2 T^4$$



Soit :

$$T = \sqrt[4]{\frac{\varphi_s(1-\alpha)}{4\sigma}} \simeq 250,8\, K$$

I.1.12.



- L'ensemble sol+atmosphère diffuse la fraction α du rayonnement solaire veut dire que l'ensemble reçoit la fraction $(1-\alpha)$ du rayonnement solaire : soit une puissance surfacique $(1-\alpha)\varphi_s$.
- L'atmosphère en absorbe la fraction β : soit une puissance surfacique $\beta(1-\alpha)\varphi_s$.
  - ► **La puissance totale absorbée par l'atmosphère est :**

$$\mathcal{P}_{ab,atm} = \beta(1-\alpha)\varphi_s \times \pi R_t^2 + \sigma T_t^4 \times 4\pi R_t^2$$

  - ► **La puissance totale émise par l'atmosphère est :**

$$\mathcal{P}_{em,atm} = 2 \times \sigma T_a^4 \times 4\pi R_t^2$$

- La puissance surfacique du rayonnement solaire absorbée par le sol en présence de l'atmosphère vaut, donc, $(1-\beta)(1-\alpha)\varphi_s$.
  - ► **La puissance totale absorbée par le sol est :**

$$\mathcal{P}_{ab,sol} = (1-\beta)(1-\alpha)\varphi_s \times \pi R_t^2 + \sigma T_a^4 \times 4\pi R_t^2$$

  - ► **La puissance totale émise par le sol est :**

$$\mathcal{P}_{em,sol} = \sigma T_t^4 \times 4\pi R_t^2$$

- À l'équilibre radiatif de l'atmosphère et du sol, on a respectivement :

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{ab,atm} &= \mathcal{P}_{em,atm} \quad \Rightarrow \quad 4\sigma(2T_a^4 - T_t^4) = \beta(1-\alpha)\varphi_s & \text{(EQ I-1)}\\
\mathcal{P}_{ab,sol} &= \mathcal{P}_{em,sol} \quad \Rightarrow \quad 4\sigma(T_t^4 - T_a^4) = (1-\beta)(1-\alpha)\varphi_s & \text{(EQ I-2)}
\end{aligned}$$

I.1.13. Des deux équations bilan (EQ I-1) et (EQ I-2), On en déduit :

$$T_a = \sqrt[4]{\frac{(1-\alpha)\varphi_s}{4\sigma}} = T \simeq 250,8\,K \qquad \text{et} \qquad T_t = \sqrt[4]{\frac{(1-\alpha)\varphi_s}{4\sigma}(2-\beta)} = T\sqrt[4]{(2-\beta)} \simeq 286,4\,K$$

<u>Commentaire</u> : Dans le premier modèle (absence de l'atmosphère), la valeur de la température trouvée est très inférieure à la température moyenne (entre $293\,K$ et $295\,K$). Alors que dans le second modèle, la valeur trouvée est acceptable ! ! (*proche de la réalité*) : on pourra dire que notre atmosphère est un "*régulateur thermique naturel et indispensable*" pour vie sur Terre ! ! !

I.2. Production de l'énergie du Soleil

I.2.1. Le principe fondamental de la dynamique appliquée aux protons M_1 et M_2 dans $\mathcal{R}^*$ s'écrit :

$$\begin{aligned}
m_p\frac{d^2\overrightarrow{GM}_1}{dt^2} &= \overrightarrow{f}_{21} = +\frac{\mathcal{G}m_p^2\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3}\\
m_p\frac{d^2\overrightarrow{GM}_2}{dt^2} &= \overrightarrow{f}_{12} = -\frac{\mathcal{G}m_p^2\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3} + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3}
\end{aligned}$$

Soit :

$$\begin{aligned}
m_p\frac{d^2}{dt^2}(\overrightarrow{GM}_1 - \overrightarrow{GM}_2) &= +2\frac{\mathcal{G}m_p^2\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3} - 2\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3}\\
\mu\frac{d^2\overrightarrow{GM}}{dt^2} &= +\frac{\mathcal{G}m_p^2\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{\|\overrightarrow{M_1M_2}\|^3} = \overrightarrow{f}_{21}\\
\overrightarrow{GM} &= \overrightarrow{M_2M}_1 \qquad \text{et} \qquad \mu = \frac{m_p}{2}
\end{aligned}$$

Le système, dans $\mathcal{R}^*$, est équivalent à une particule fictive M, de masse μ, de vecteur position $\overrightarrow{GM}$ et soumise à la force $\overrightarrow{f}_{21}$.

I.2.2. On pose $\overrightarrow{GM} = \overrightarrow{M_2M_1} = \overrightarrow{r} = r\overrightarrow{u}_r$:

$$\overrightarrow{f}_{21} = \overrightarrow{f} = -\frac{\mathcal{G}m_p^2}{r^2}\overrightarrow{u}_r + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r^2}\overrightarrow{u}_r = \left(-\mathcal{G}m_p^2 + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\right)\frac{\overrightarrow{u}_r}{r^2} \simeq \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o}\frac{\overrightarrow{u}_r}{r^2}$$

$$\overrightarrow{v}(M/\mathcal{R}^*) = \overrightarrow{v} = \dot{r}\overrightarrow{u}_r \qquad \text{mouvement radial}$$

- Énergie potentielle $\varepsilon_p(r)$:

$$\varepsilon_p(r) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

- Énergie cinétique $\varepsilon_c(r)$:

$$\varepsilon_c(r) = \frac{1}{2}\mu v^2 = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2$$

- Énergie mécanique $\varepsilon_m(r)$:

$$\varepsilon_m(r) = \varepsilon_c(r) + \varepsilon_p(r) = \frac{1}{2}\mu\dot{r}^2 + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r}$$

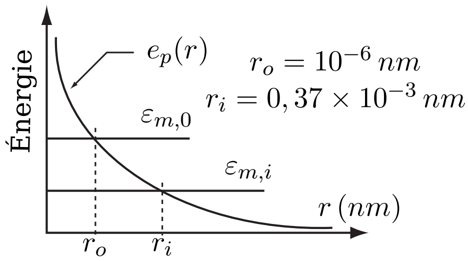
I.2.3. $r = r_o$ est une situation du repos ($\varepsilon_c(r_o) = 0$) :

$$\varepsilon_{m,0} = \varepsilon_m(r_o) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_o r_o}$$

$$\varepsilon_{m,0} = 2\times\varepsilon_{th} + \underbrace{\varepsilon_{p,i}}_{0} \quad\Rightarrow\quad \varepsilon_{c,i} = \varepsilon_{th} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_o r_o} \simeq 8,3\times10^6\,kJ \quad\Rightarrow\quad T_o = \frac{e^2}{12k\pi\varepsilon_o r_o} \simeq 5,6\times10^9\,K$$

I.2.4.

- $T_o > T \quad\Rightarrow\quad \varepsilon_{m,0} = 3kT_o \;>\; \varepsilon_{m,i} = 3kT$
- pour $\varepsilon_m < \varepsilon_{m,0}$ (en particulier pour $\varepsilon_{m,i}$), la fusion ne peut avoir lieu.
- pour $\varepsilon_m > \varepsilon_{m,0}$, possibilité d'avoir la fusion.



I.2.5.

I.2.6.

- L'hydrogène ^1H constitue 10% de lamasse du soleil :

$$M_H = 10\%M_S = 2\times10^{29}\,kg$$

- La réaction de fusion nucléaire de quatre noyaux d'hydrogène ^1H dégage une énergie de $25\,MeV$:

$$\text{pour un } \underline{\text{noyau d'hydrogène}}\text{, l'énergie dégagée :} \quad \mathcal{E}_{d,H} = \frac{25}{4} = 6,25\,MeV$$

- Le nombre de noyau d'hydrogène = nombre de proton :

$$N_H = \frac{M_H}{m_p} = 1,18\times10^{56}$$

- L'énergie totale rayonnée par le Soleil :

$$\mathcal{E}_S = N_H\times\mathcal{E}_{d,H} = 7,375\times10^{56}\,MeV$$

- La puissance totale rayonnée par le Soleil est l'énergie totale rayonnée pendant τ :

$$\mathcal{P}_S\times\tau = \mathcal{E}_S \quad\Rightarrow\quad \tau = \frac{\mathcal{E}_S}{\mathcal{P}_S} \simeq 2,95\times10^{17}\,s \approx 9,5\,\text{Milliards d'années!!}$$

I.3. Influence du rayonnement solaire sur la température du sol

I.3.1. Variation de la température avec le lieu sur la Terre

I.3.1.1. La Terre est très éloignée du Soleil ($D \simeq 23438\,R_t$), On pourra considérer les rayons solaires parallèles ! !

I.3.1.2. Si on désigne par φ_s le flux surfacique du rayonnement solaire incident, la puissance reçue par S_E est $\mathcal{P}_E = \varphi_s \times S_E$. La surface (*réceptrice*) centrée sur M est telle que $S_M = S_E \cos\lambda$ (*faisceaux identiques*) :

$$\mathcal{P}_M = \mathcal{P}(\lambda) = \mathcal{P}_E \cos\lambda$$

Cette puissance est maximale à l'équateur et minimale aux pôles, soit : $T_E > T_M > T_N$.

I.3.2. Influence du mouvement orbital de la Terre sur la température du globe

I.3.2.1. Force gravitationnelle

$$\overrightarrow{f}_g = -\mathcal{G}\frac{M_s M_t}{\|\overrightarrow{OO'}\|^3}\overrightarrow{OO'}$$

I.3.2.2. Le théorème du moment cinétique appliquée à la Terre dans $\mathcal{R}(OXYZ)$:

$$\frac{d\overrightarrow{\sigma}_O(Terre)}{dt}/\mathcal{R} = \mathcal{M}_O(\overrightarrow{f}_g) = \overrightarrow{OO'} \wedge \overrightarrow{f}_g = \overrightarrow{0}$$

le moment cinétique $\overrightarrow{\sigma}_O(Terre)$ est une constante vectorielle, donc le mouvement de la Terre dans le référentiel $\mathcal{R}$ est plan.

I.3.2.3.

$$r_{min} = \frac{r_o}{1+e} \qquad \text{et} \qquad r_{max} = \frac{r_o}{1-e}$$

I.3.2.4.

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta r}{r_{min}} = \frac{2e}{1-e}$$

I.3.2.5.

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta T}{T_{min}} = -1 + \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

I.3.2.6.

$$\frac{T_{min}}{T_{max}} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \qquad \Rightarrow \qquad T_{max} = 277,7\,K$$

La valeur de T_{max} est très loin de la valeur moyenne ; le modèle considéré est, donc, incomplet ! !

I.3.3. Influence de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre sur la température

I.3.3.1.

I.3.3.2. Moment cinétique

$$\overrightarrow{\sigma}_O = \overrightarrow{OO'} \wedge M_t \overrightarrow{v}(O'/\mathcal{R}) = M_t r^2 \dot{\theta}\, \overrightarrow{u}_Z$$

La surface élémentaire balayée par le vecteur position $\overrightarrow{r} = \overrightarrow{OO'}$:

$$\overrightarrow{dS} = \frac{1}{2}\overrightarrow{r} \wedge d\overrightarrow{r} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\overrightarrow{dS}}{dt} = \frac{1}{2}\overrightarrow{r} \wedge \overrightarrow{v}(O'/\mathcal{R}) = \frac{\overrightarrow{\sigma}_O}{2M_t} \text{ est une constante vectorielle.}$$

On retrouve la loi des Aires qui s'énonce comme suite : *Les surfaces balayées pendant les mêmes intervalles du temps sont égales.*

I.3.3.3. pour $e_t = 0,017$; $r_{max} \approx r_{min}$: la trajectoire de la Terre dans le repère de Cœpernic est assimilable à une trajectoire circulaire. La durée de l'hiver, dans ces conditions, est estimée au quart de la période de l'année, soit : $\tau_{hiver} \approx 0,25\, an$.

I.3.3.4.

$$\varepsilon_\varphi(\lambda) = \frac{\varphi_{max} - \varphi_{min}}{\varphi_{min}} = -1 + \frac{\cos(\lambda - \alpha)}{\cos(\lambda + \alpha)} = 0,37 \text{ pour } \lambda = 30^o.$$

I.3.3.5. λ en C_1 est $-\alpha = -23,5^o$; et la saison est l'été.

I.3.3.6. $\tau_{12} = \dfrac{\tau_a}{2}$.

I.3.3.7. τ_{lc} ne peut pas être constante à cause de l'inclinaison α de l'axe polaire.

I.3.3.8.

Position considérée	M_1	M_2	M_1'	S_1
Saison	Hiver	Été	Hiver	Été
Comparaison de τ_{lc} et τ_{jm}	$\tau_{lc} < \tau_{jm}$	$\tau_{lc} > \tau_{jm}$	$\tau_{lc} < \tau_{jm}$	$\tau_{lc} > \tau_{jm}$

I.3.3.9.

I.4. Utilisation de satellites en météorologie

I.4.1. Un satellite gestionnaire est un satellite fixe par rapport à un observateur Terrestre :

- Sa période est $\tau_s = 1\,\text{jour} = 24\,h$;
- Sa trajectoire est plane et le plan de la trajectoire est le plan équatorial lui même.

I.4.2.

- La trajectoire d'un satellite gestionnaire est circulaire $\Longrightarrow$ $\overrightarrow{r}_o \perp \overrightarrow{v}_o$: $\overrightarrow{v}_o = \overrightarrow{\Omega}_s \wedge \overrightarrow{r}_o$;

$$\text{avec : } \Omega_s = \frac{v_o}{r_o} = \frac{2\pi}{\tau_s}$$

- Le mouvement est circulaire et la force est *Newtonienne* $\Longrightarrow$ $\varepsilon_m = \dfrac{\varepsilon_p}{2} = -\varepsilon_c$

$$\text{Soit : } -\mathcal{G}\frac{M_t m_s}{2r_o^2} = -\frac{1}{2}m_s v_o^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_o = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_t}{r_o}} = \frac{2\pi r_o}{\tau_s}$$

$$\Rightarrow \qquad r_o = R_t + h = \sqrt[3]{\frac{\mathcal{G}M_t \tau_s^2}{4\pi^2}}$$

- **Remarque** : On pourra penser à utiliser la troisième loi de Kepler pour déterminer r_o...

II- Chaleur issue de l'intérieur de la Terre

II.1. Contribution des roches radioactives

II.1.1.

- le pourcentage massique x_X (en %) de l'élément X, de masse m_X, dans l'échantillon de masse m :

$$x_X = \frac{m_X}{m} \times 100$$

- le nombre de noyaux N_X de X par unité de masse de l'échantillon :

$$\begin{aligned} N_X &= \frac{n_X \mathcal{N}_A}{m} \quad \text{avec } n_X \text{ nombre de mole de l'élément dans l'échantillon} \\ &= \frac{m_X}{M_X}\frac{\mathcal{N}_A}{m} = \frac{x_X}{100}\frac{\mathcal{N}_A}{M_X} \quad \text{avec } M_X \text{ masse molaire l'élément} \end{aligned}$$

II.1.2. La puissance thermique $\mathcal{P}_{th,d}$ dégagée par unité de masse de l'échantillon :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{th,d} &= \sum_{X=1}^{3} \underbrace{\mathcal{P}_{X,d}}_{\substack{\text{puissance thermique} \\ \text{dégagée par chaque élément}}} \\ \text{avec} \quad \mathcal{P}_{X,d} &= -\epsilon_X \frac{dN_X}{dt} = \epsilon_X \frac{0,69}{\tau_X} N_X = \epsilon_X \frac{0,69}{\tau_X}\frac{x_X}{100}\frac{\mathcal{N}_A}{M_X} \end{aligned}$$

Soit :

$$\mathcal{P}_{th,d} = \frac{0,69 \times \mathcal{N}_A}{100} \sum_{X=1}^{3} \frac{x_X}{\tau_X}\frac{\epsilon_X}{M_X}$$

II.1.3. La puissance volumique p dégagée par radioactivité :

$$p = \frac{\mathcal{P}_d}{V} = \frac{m\mathcal{P}_{th,d}}{V} = \rho_G \mathcal{P}_{th,d} = \frac{0,69 \times \mathcal{N}_A \times \rho_G}{100} \sum_{X=1}^{3} \frac{x_X}{\tau_X}\frac{\epsilon_X}{M_X}$$

Application numérique : $p = 2,4 \times 10^{-6}\ Wm^{-3}$.

II.2. Conduction de chaleur vers le sol

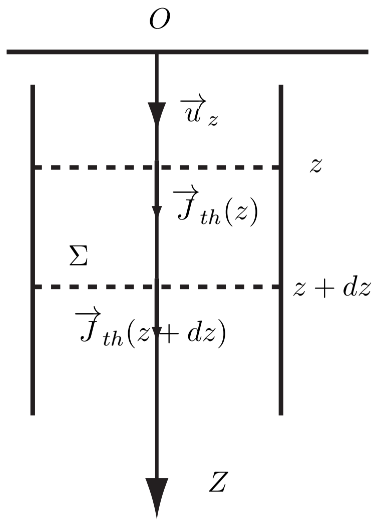
II.2.1. **Loi de Fourier**: Le flux surfacique ou vecteur densité thermique est proportionnel au gradient de la température.

$$\overrightarrow{J}_{th} = -\lambda_{th} \overrightarrow{\text{grad}} T(\overrightarrow{r}, t)$$

λ_{th} est la conductivité thermique ; son unité est $W.m^{-1}.s^{-1}$

II.2.2.

Appliquons le premier principe de la thermodynamique à la tranche de section Σ comprise entre z et $z+dz$:



- entre t et $t+dt$: $dU = \delta Q = \delta Q^e + \delta Q^p$;
- En régime permanent $dU = 0$ et $J_{th}(z,t) = J_{th}(z) = -\lambda \dfrac{dT(z)}{dz}$;

$$\begin{aligned}\delta Q^p &= p d\tau dt\\ \delta Q^e &= (\varphi_e - \varphi_s)dt = (J_{th}(z) - J_{th}(z+dz)\Sigma dt = -\frac{dJ_{th}(z)}{dz}d\tau dt\end{aligned}$$

Soit :

$$\frac{dJ(z,t)}{dz} = -\lambda\frac{d^2T(z)}{dz^2} = p \qquad \text{(EQ II-3)}$$

II.2.3. La solution de l'équation précédente (EQ II-3) s'écrit :

$$T(z) = -\frac{p}{2\lambda}z^2 + Az + B \quad \text{avec} \quad T(z=0) = T_1 \text{ et } T(z=h) = T_2$$

Soit :

$$T(z) = -\frac{p}{2\lambda}z^2 + \left[\frac{T_2 - T_1}{h} + \frac{ph}{2\lambda}\right]z + T_1$$

II.2.4.

$$\varphi_i = \varphi_{Sol\rightarrow\text{extérieur}} = +\lambda\frac{dT(z)}{dz}(z=0) = \lambda\frac{T_2 - T_1}{h} + \frac{ph}{2}$$

II.2.5.

$$\%rad/puiss = 100 \times \frac{[\text{La contribution de la radioactivité}]}{\varphi_i} = 100 \times \frac{\left[\frac{ph}{2}\right]}{2\varphi_i} = 100 \times \frac{ph}{2\varphi_i}$$

La puissance restante est attribué au noyau Terrestre ! !

II.3. $\varphi_s = 1,36\,kWm^{-2} \gg \varphi_c = 10^{-8}\,Wm^{-2}$ et φ_c ne peut être qu'inférieur à φ_i :

$$\varphi_c < \varphi_i \ll \varphi_s$$

III- L'atmosphère et les océans de la Terre

III.1. L'atmosphère de la Terre

III.1.1. Énergie interne molaire d'un gaz parfait

$U_m = c_{vm}T + U_{om}$ avec c_{vm} est la capacité thermique *molaire* à volume constant et U_{om} une constante.

III.1.2. pour une particule ponctuelle de masse m, la seule contribution de l'énergie cinétique est celle de translation :

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \implies <\varepsilon_c> = \frac{1}{2}m<v^2> \underbrace{=}_{\substack{\text{Théorème}\\ \text{d'équipartition}}} 3\times\frac{1}{2}kT$$

$$\text{Soit :}\quad v_q = \sqrt{<v^2>} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

III.1.3. L'énergie mécanique d'un particule de masse m dans le champ gravitationnel terrestre :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{2}mv^2 - \mathcal{G}\frac{M_t m}{r}$$

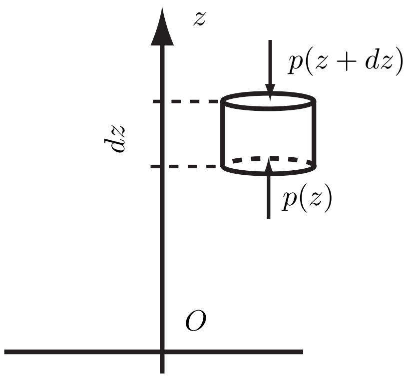
La vitesse de libération est la *vitesse minimale* v_ℓ à communiquer à la particule pour s'échapper à l'attraction gravitationnelle ; la particule se trouve, alors, dans un état libre et sa trajectoire est *parabolique* : $\varepsilon_m(v_\ell) = 0$.

$$\text{Soit :} \qquad v_\ell = \sqrt{\frac{2\mathcal{G}M_t}{R_t}}$$

III.1.4. La condition se la rétention de l'atmosphère par la Terre est telle que $v_q < v_\ell$.

$$\text{Soit :} \qquad T < \frac{2\mathcal{G}M_t m}{3kR_t}$$

III.2.



Considérons un tranche cylindrique (volume $d\tau = Sdz$) de gaz parfait, de masse $dm = \rho(z)d\tau$. La condition d'équilibre de cette tranche se traduit par :

$$p(z)S - p(z+dz)S - dmg = 0$$

$$\text{ou} \quad \frac{dp(z)}{dz} + \rho(z)g = 0 \qquad \text{(EQ III-4)}$$

$p(z)$ est la pression du gaz à la côte z, et g est l'accélération de pesanteur.

III.3. Modèle de l'atmosphère isotherme : $T = T_o$

III.3.1. De l'équation précédente (EQ III-4) et l'équation d'état d'un gaz parfait : $p(z) = \dfrac{\rho(z)RT}{M}$:

$$\frac{dp(z)}{dz} + \frac{Mg}{RT_o}p(z) = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad p(z) = P_o \exp\left(-\frac{z}{H}\right) \qquad \text{avec} \qquad H = \frac{RT_o}{Mg}$$

III.3.2. Facteur de Boltzmann : $\exp\left(-\dfrac{\varepsilon}{kT}\right)$.

III.3.3. **Applications numériques**

$$H \approx 8,6\,km \qquad \text{avec} \qquad p(z=H) \approx 0,37\,bar$$

III.3.4.

$$p(z = 1\,m) \approx P_o \qquad \text{expression indépendante de } z$$

III.4. Quelques ordres de grandeur sur l'atmosphère et les océans

III.4.1. **Modes de transferts thermiques** : Conduction, convection et rayonnement ! !

III.4.2. **Loi de Newton**

$$\varphi_{a\to s} = h_s(T - T_s) \qquad \text{et} \qquad \varphi_{a\to o} = h_{oc}(T - T_{oc})$$

h_s et h_{oc} sont, respectivement, des coefficients d'échanges entre l'atmosphère et le sol, et entre l'atmosphère et les océans.

III.4.3. La masse de l'atmosphère $M_{at} = \int_{\text{Atmosphère}} \rho d\tau$;

Si on modélise l'atmosphère par une sphère de centre O' (*centre de la Terre*) et de rayon $r = R_t + z$:

$$M_{at} = 4\pi \int_{\text{Atmosphère}} r^2 \rho(r) dr \quad \text{et} \quad \rho(r) = \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(-\frac{z}{H}\right) = \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(-\frac{r - R_t}{H}\right)$$

$$\begin{aligned} \Longrightarrow M_{at} &= 4\pi \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(\frac{R_t}{H}\right) \int_{R_t}^{+\infty} r^2 \exp\left(-\frac{r}{H}\right) dr \\ &= 4\pi H^3 \frac{MP_o}{RT_o} \exp\left(\frac{R_t}{H}\right) \int_{R_t}^{+\infty} x^2 \exp\left(-\frac{x}{H}\right) dx \\ &= 4\pi H^3 \frac{MP_o}{RT_o} \left(2 + 2\frac{R_t}{H} + \frac{R_t^2}{H^2}\right) \approx 4\pi H R_t^2 \frac{MP_o}{RT_o} \end{aligned}$$

Application numérique : $M_{at} = 4\pi R_t^2 \dfrac{P_o}{g} \simeq 5 \times 10^{18}\, kg$.

Commentaires : $M_{at} \ll M_t$ ainsi le barycentre du système {Atmosphère-Terre} est le centre O' de la Terre et que l'atmosphère n'est pas fixe par rapport à un observateur Terrestre.

III.4.4. La masse des océans : $M_{oc} = \rho_{oc} \underbrace{V_{oc}}_{\substack{\text{Volume couvert} \\ \text{par les océans}}} \simeq 70\% \rho_{oc} \frac{4}{3}\pi \left[(R_t + h_{oc})^3 - R_t^3\right]$.

$$\text{Soit } M_{oc} = 2,8\pi R_t^2 h_{oc} \rho_{oc} \simeq 1,4 \times 10^{21}\, kg$$

III.4.5.

$$M_{oc} = 1,4 \times 10^{21}\, kg \gg M_{at} = 5 \times 10^{18}\, kg$$

L'atmosphère est, par conséquent, plus sensible aux perturbations climatiques dues à l'activité humaine ! !

III.5. Lors d'un changement d'état physique d'un corps pur d'une phase φ_1 à une phase φ_2, la pression p varie en fonction de T selon la relation :

$$L_{\varphi_1 \to \varphi_2} = T(v_2 - v_1)\left(\frac{dp}{dT}\right) = T\Delta v \left(\frac{dp}{dT}\right)$$

$L_{\varphi_1 \to \varphi_2}$ est la chaleur latente (*massique ou molaire*) de changement d'état.
Δv est la variation du volume (*massique ou molaire*) du corps au cours de son changement d'état.